

Теория определимости

А. Л. Семенов, С.Ф. Сопрунов

В квадратных скобках указана предполагаемая сложность задачи по шкале от 0 до 100, и величина премии, в рублях, за ее (записанное и присланное) решение. Премия выдается первым трем приславшим. При решении открытой проблемы к премии добавляется также помощь автору в подготовке публикации и в публикации. Решение достаточного количества задач может быть также зачтено как сдача курса по кафедре.

I. Первые примеры

1. Об. Q – множество (всех) рациональных чисел, $<$ - обычное отношение порядка на нем – «меньше». (Множество M будем рассматривать и другие множества вместо Q и другие отношения. Множество, на котором заданы отношения, будем называть универсумом, множество с заданными отношениями и именами для них - структурой.)
2. 3. [5] как определить трехместное отношение «между» - число лежит между двумя другими через отношение «меньше»?
3. 3. [15] можно ли определить отношение «меньше», через отношение «между»? Если нет, то почему?
4. 3. [10] Дать определение того, что значит, что одно отношение можно определить через другое (или семейство других)
5. 3. [15] Привести еще какой-нибудь пример ситуации, где что-то можно определить через что-то, но не наоборот. Докажите, что это действительно так.
6. Оп. Пространство определимости над универсумом A – множество всех отношений, определимых через отношения какого-то семейства с одним и тем же универсумом – A .
7. 3. Определить операции «объединения» и «пересечения» для пространств определимости с общим, по аналогии, например, с такими же операциями для линейных подпространств какого-то пространства. Докажите, что получилась решетка. (см. [[https://ru.wikipedia.org/wiki/Решётка_\(алгебра\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Решётка_(алгебра))])
8. 3. [20, 1000, премия будет выдаваться первым трем участникам, предложившим очередной пример] Найти как можно больше элементов решетки пространств для порядка рациональных чисел.
9. 3. [20, 1000] Найти как можно больше элементов решетки пространств для порядка рациональных чисел из интервала, полуинтервала, отрезка, для порядка алгебраических чисел, действительных чисел, для порядка рациональных чисел с дополнительным одноместным отношением, выделяющим ноль.
10. Описать полностью решетку определимости для
 - 10.1. [70, 100.000] сложение рациональных чисел.
 - 10.2. [60, 80.000] <целые; операция +1>
 - 10.3. [80, 160.000] <целые; < >
 - 10.4. [70, 100.000] <натуральные; операция +1>

II. Продолжение следует