

ПРОГРАММА

спецкурса "Основы модальной логики"

2009/10 уч.г.

1. Пропозициональный язык (сигнатура). Пропозициональные формулы. Ω -алгебры. Оценка в алгебре. Истинность формулы в алгебре. Булевы алгебры. Классические модальные алгебры.
2. Классические модальные логики. Доказательства в логиках. Допустимые правила.
3. (Гомо)морфизмы Ω -алгебр. Алгебра формул; ее свобода. Подстановка как морфизм алгебры формул.
4. Сохранение значений формул при морфизмах. Лемма о подстановке.
5. Теорема о корректности алгебраической семантики для классических модальных логик.
6. Вложения и наложения ("эпиморфизмы") модальных алгебр. Сохранение истинности формул для подалгебр и гомоморфных образов.
7. Алгебра Линденбаума. Теорема о полноте классических модальных логик относительно классических модальных алгебр.
8. Прямые произведения модальных алгебр и их модальные логики.
9. Булевы алгебры подмножеств 2^X . (Поли)окрестностные шкалы; их алгебры и логики.
10. Атомы в булевых алгебрах. Строение конечных булевых алгебр.
11. Экспоненциальные морфизмы булевых алгебр 2^Y . Морфизмы $2^Y \rightarrow 2^X$ для конечного Y . Инъективные и сюръективные экспоненциальные морфизмы.
12. Морфизмы окрестностных шкал.
13. Несвязные (дизъюнктивные) суммы окрестностных шкал; их модальные алгебры и логики.
14. Многообразия модальных алгебр. Двойственность между многообразиями и модальными логиками. Полнота решетки модальных логик. Теорема Биркгофа (без док.)
15. Многообразия окрестностных шкал. Двойственность между многообразиями окрестностных шкал и окрестностно полными логиками. Задание полной логики одной шкалой.
16. Примеры модальных логик и их окрестностных многообразий.
17. Окрестностные шкалы для **S4** и топологические пространства. Эквивалентные определения топологических пространств.
18. Шкалы Крипке и их окрестностные шкалы. Модели Крипке. Истинность в модели и общезначимость в шкале.

19. Морфизмы шкал Крипке. Конические подшкалы и р-морфизмы.
20. Александровские пространства и их связь с **S4**-шкалами Крипке.
21. Морфизмы моделей Крипке. Сохранение истинности формул при морфизмах.
22. Конусы в шкале Крипке. Логика шкалы Крипке как пересечение логик ее конусов.
23. Несвязные суммы шкал Крипке; их окрестностные шкалы и логики.
24. Многообразия шкал Крипке. Двойственность между многообразиями шкал и полными логиками. Задание полной логики одной шкалой.
25. Примеры модальных логик и их многообразий шкал Крипке.
26. Табличные модальные логики. Эквивалентные определения табличности.
27. Пропозициональные теории (в данной модальной логике). Вывод в теории. Теорема дедукции. Непротиворечивые теории. Полные теории. Свойства полных теорий. Лемма Линденбаума.
30. Окрестностная каноническая модель модальной логики. Теорема о канонической модели.
31. Монотонная окрестностная каноническая модель модальной логики. Примеры окрестностно полных логик.
32. Каноническая модель Крипке для нормальной логики. Теорема о канонической модели.
33. Канонические модели расширений.
33. Канонические модальные логики. Примеры канонических логик.
34. Интуиционистская логика. Суперинтуиционистские логики.
35. Решетки. Дистрибутивные решетки. Импликативные решетки. Дистрибутивность импликативной решетки. Гейтинговые решетки и алгебры. Булевы алгебры как гейтинговые.
36. Теорема корректности для суперинтуиционистских логик.
37. Теорема дедукции для суперинтуиционистских логик. Производные и допустимые правила. Допустимость производных правил. Правило введения конъюнкции. Лемма о разборе случаев.
38. Правила эквивалентной замены в суперинтуиционистских логиках. Алгебры Линденбаума суперинтуиционистских логик.
39. Теорема о полноте суперинтуиционистских логик относительно гейтинговых алгебр.
40. Многообразие гейтинговых алгебр. Двойственность между многообразиями гейтинговых алгебр и суперинтуиционистскими логиками.
41. Перевод Гёделя — Тарского интуиционистских формул в модальные. Трафарет **S4**-алгебры. Лемма о согласовании оценок.

42. Логика трафаретной алгебры. Суперинтуиционистский фрагмент модальной логики.
43. Интуиционистские топологические модели и модели Крипке. Вынуждение.
44. Связь модальной и суперинтуиционистской логик **S4**-шкалы Крипке.
45. Сохранение интуиционистской общезначимости для конических подшкал, r -морфных образов и несвязных сумм. Суперинтуиционистская логика шкалы Крипке как пересечение логик ее конусов.
46. Изоморфизм гейтинговых алгебр **S4**-шкалы Крипке и ее каркаса.
47. Полные по Крипке суперинтуиционистские логики. Интуиционистские многообразия шкал Крипке. Двойственность между интуиционистскими многообразиями и полными суперинтуиционистскими логиками.
48. Примеры интуиционистских многообразий шкал Крипке.
49. Интуиционистские теории. Непротиворечивость и полнота теории (в данной суперинтуиционистской логике). Свойства полных теорий. Лемма Линденбаума (интуиционистский вариант).
50. Каноническая модель Крипке для суперинтуиционистской логики. Теорема о канонической модели.
51. Примеры канонических суперинтуиционистских логик. Теорема Маккинси — Тарского о переводе.
52. Дизъюнктивное свойство интуиционистской логики.
53. Обобщенные модальные шкалы Крипке. Каноническая обобщенная шкала Крипке для нормальной модальной логики. Алгебра Линденбаума модальной логики как алгебра ее канонической обобщенной шкалы.
54. Обобщенные интуиционистские шкалы Крипке. Каноническая обобщенная шкала Крипке для суперинтуиционистской логики. Алгебра Линденбаума суперинтуиционистской логики как алгебра ее канонической обобщенной шкалы.
55. Погружение алгебры Линденбаума модальной логики в алгебру шкалы Крипке. Теорема Тарского -- Йонссона для модальных алгебр (без док.). Теорема Тарского -- Йонссона для гейтинговых алгебр (без док.).
56. Булева оболочка подрешетки булевой алгебры. Теорема Маккинси -- Тарского о трафаретах .
57. Теорема Даммета -- Леммона о модальных напарниках. Вложение алгебры Линденбаума суперинтуиционистской логики в трафарет алгебры Линденбаума ее модального напарника.
58. Единственность булевой оболочки. Теорема Максимовой — Рыбакова о наибольшем модальном напарнике.

59. Существование максимальных логик в любой решетке расширений.
Максимальные суперинтуиционистские логики.
60. Морфизмы обобщенных шкал Крипке; их связь с морфизмами модальных алгебр. Конические обобщенные подшкалы. Сохранение общезначимости для r -морфных образов и конических подшкал обобщенных шкал.
61. Теорема Макинсона о максимальных расширениях **K**.
62. Эквивалентные определения табличности для суперинтуиционистских логик.
63. Формулы Alt_n ; их каноничность. Критерий табличности для расширений **K4**.
64. Формулы C_n ; их каноничность. Критерий табличности для расширений **K** (теорема Чагрова).
65. Интуиционистские аналоги формул Alt_n ; их каноничность. Критерий табличности для суперинтуиционистских логик.
66. Расширения табличных логик. Критерий Гарского конечной аксиоматизируемости. Конечная аксиоматизируемость табличных логик.
67. Формулы Файна -- Янкова для **S4**-шкал. Теорема о разложении для расширений **S4**. Теорема о сравнении для логик **S4**-шкал.
68. Формулы Янкова для интуиционистских шкал. Теорема о разложении для суперинтуиционистских логик. Теорема о сравнении для логик интуиционистских шкал Крипке. Примеры формул Файна -- Янкова.
69. Построение континуума суперинтуиционистских логик.
70. Ограниченные логики, их алгебры Линденбаума и канонические модели. Локально табличные логики.
71. Локальная табличность табличных логик.
72. Сохранение локальной табличности для расширений.
73. Фinitно аппроксимируемые логики. Фinitная аппроксимируемость локально табличных логик.
74. Разрешимость конечно аксиоматизируемых фinitно аппроксимируемых логик (теорема Харропа).
75. Глубина точки в **S4**-шкале. Формулы B_n .
76. Ограниченные модели Крипке. Однозначное задание точки различной ограниченной **S4**-модели потомками, цветом и цветом сгустка.
77. Конечность множества точек фиксированной конечной глубины в ограниченной канонической **S4**-модели.
78. Разбиение решетки расширений **S4** на слои. Теорема Сегерберга о локальной табличности логик конечных слоев.
79. Дескриптивные обобщенные шкалы Крипке. Дескриптивность канонической шкалы. Топология Стоуна — Эсакиа. Дескриптивность как топологическое свойство.
80. Формульные функции на подмножествах обобщенных шкал. Позитивные формулы. Монотонность позитивных формул.

81. Лемма Эсакиа о дескриптивных шкалах. Сохранение замкнутости для формульных функций на дескриптивной шкале.
82. Лемма о пересечении для дескриптивных шкал.
83. Замкнутость R-выражений в дескриптивных шкалах.
84. d-упорные формулы и логики. Каноничность d-упорных логик. Теорема Салквиста (формулировка).