

Программа экзамена по курсу “Коммуникационная сложность” 2009.

1. Определение коммуникационного протокола вычисления функции. Детерминированная коммуникационная сложность $D(f)$ функции f . Разбиение матрицы функции на одноцветные прямоугольники. Величина $C^R(f)$ и ее связь с $D(f)$. Нижняя оценка коммуникационной сложности предиката равенства.
2. Логарифмические верхние оценки коммуникационной сложности функций MED и CIS.
3. Количество листьев в протоколе. Величина $C^P(f)$ и неравенство $C^P(f) < 2^{D(f)}$. Неравенство $D(f) < 2 \log_{3/2} C^P(f) + O(1)$.
4. Нижняя оценка $C^R(f)$ с помощью трудных множеств (fooling sets). Нижняя оценка $C^R(f)$ для предикатов GT, DISJ.
5. Метод размера прямоугольников и нижняя оценка $C^R(IP)$ для предиката “скалярного произведения”.
6. Метод ранга матрицы и нижняя оценка $C^R(f)$ для функций IP, EQ, GT. Верхняя оценка $D(f) < rk(f) + 1$.
7. Недетерминированные сложности N^0, N^1 предикатов. Покрытия нулей и единиц матрицы $M(f)$ предиката f , величины C^0, C^1 . Неравенства $\log C^0 \leq N^0 \leq \log C^0 + 2$ Неравенство $\log C^0(f) \leq D(f)$ и пример предиката (EQ) с экспоненциальным разрывом между недетерминированной и детерминированной коммуникационной сложностью.
8. Неравенство $D(f) = O(\log C^0(f) \log C^1(f))$.
9. Оптимальность метода размера прямоугольника для оценки C^0, C^1 (с точностью до полиномиального множителя). Неравенство $D(f) \leq C^1(f) + 1$.
10. Функция $DISJ_{m,k}$. Верхняя оценка недетерминированной, ко-недетерминированной сложности и нижняя оценка детерминированной сложности для этой функции.
11. Вероятностные коммуникационные протоколы. Общие и приватные случайные биты. Двусторонняя и односторонняя ошибка. Среднее время и время в худшем случае. Верхние оценки коммуникационной сложности предикатов NE, EQ, GT.
12. Сравнение вероятностных сложностей с общими и приватными битами.
13. Безошибочная вероятностная сложность предиката $DISJ_{mk}$.
14. Лемма Яо об использовании нижних оценок для среднего количества битов, переданных для случайного входа по данному распределению.
15. Discrepancy (неоднородность) и ее использование для оценок вероятностной сложности предикатов.
16. Нижняя оценка вероятностной сложности предиката IP.
17. Применение коммуникационной сложности для оценки размера схем из пороговых элементов: $C_w(f) > D^{worst}(f)/(\log w + 1)$. Применение для предиката GT: верхняя и нижняя оценки.
18. Применение коммуникационной сложности для оценки высоты деревьев разрешения: $T_w(f) > D^{worst}(f)/(\log w + 1)$.

19. Экспоненциальная нижняя оценка веса пороговых элементов для схем глубины 2, вычисляющих предикат IP.
20. Оценка $T = \Omega(n^2)$ для одноленточных машин Тьюринга, распознающих палиндромы.
21. Оценка $TS = \Omega(n^2)$ для многоленточных машин Тьюринга, распознающих палиндромы. Следствие: $S = \Omega(\log n)$.
22. Нижняя оценка $T\sqrt{S} = \Omega(D^{best}f)$ для времени и площади вычисления микросхемы вычисления функции f . Оценка $D^{best}(f) = \Omega(n)$ для функции циклического равенства.
23. Коммуникационная сложность отношений. Связь между формулами в базисе И, ИЛИ, НЕ и коммуникационной сложностью.
24. Верхняя оценка $O(\log n)$ глубины формул для функции голосования с помощью коммуникационной сложности.
25. Теорема Храпченко. Логарифмические нижние оценки глубины формул для функции четности и функции голосования методом Храпченко (через глубину коммуникационного протокола).
26. Отношение FORK и нижняя оценка $\Omega(\log l \log w)$ глубины коммуникационного протокола для него. Сверх-логарифмическая нижняя оценка глубины монотонных формул для булевой функции s-t-СВЯЗНОСТЬ с помощью отношения FORK.
27. Нижняя оценка $\Omega(n)$ глубины коммуникационного протокола для отношения PAIR-DISJOINTNESS (с помощью сведения к вероятностной сложности функции DISJ).
28. Нижняя оценка $\Omega(\sqrt{n})$ глубины монотонных формул для функции MATCHING.

References

- [1] E. Kushilevitz, N. Nisan. Communication Complexity. Cambridge UP. 1997.