

Программа курса “Сложность вычислений” 2008/2009.

1. Полиномиальная эквивалентность по времени одноленточных и многоленточных машин Тьюринга. Класс P функций, вычисляемых за полиномиальное время. Принадлежность классу P функций сложения, умножения и деления целых чисел, и функции возведения в степень по данному модулю. Вычисление за полиномиальное время наибольшего общего делителя целых чисел.
2. Равнодоступные адресные машины (РАМ). Моделирование РАМ на двуленточных машинах Тьюринга.
3. Теорема о иерархии для временной сложности.
4. Теорема Фишера–Рабина об экспоненциальной нижней оценке времени разрешения элементарной теории аддитивной группы действительных чисел.
5. Классы $P/poly$, $p.u.P$, их равнообъемность и вложение класса P в класс $p.u.P$.
6. Вероятностные алгоритмы. Уменьшение вероятности ошибки. Классы BPP и $FBPP$. Включение класса BPP в класс $P/poly$.
7. Алгоритм Миллера–Рабина проверки простоты натуральных чисел.
8. Класс NP . Сводимость Карпа и ее свойства. Теорема Кука — Левина об NP -полноте проблемы выполнимости схем из функциональных элементов.
9. NP -полнота задач 3-КНФ, 3-РАСКРАСКА, КЛИКА, ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ, ГАМИЛЬТОНОВ ЦИКЛ, КОММИВОЯЖЕР, СУММА ПОДМНОЖЕСТВ
10. Полиномиальные игры с конечным числом ходов и полиномиальная иерархия PH .
11. Вложение класса BPP в класс Σ_2 полиномиальной иерархии.
12. Задачи подсчета. Класс $\#P$. Полнота в классе $\#P$ задач подсчета количества выполняющих наборов 3-КНФ, количества клик данного размера, количества 3-раскрасок данного графа. $\#P$ -полнота задачи о вычислении перманента булевой матрицы.
13. Теорема Вэльянта—Вазирани о сведении NP -задач к NP -задачам с единственным свидетелем.

14. Распределенные задачи. Простые распределенные задачи. Класс DistNP. Частичный порядок на распределениях. Сводимость Карпа для распределенных задач. Полная в классе DistNP распределенная задача.
15. Вычислительно простые генерируемые распределения. Dist'NP. Существование Dist'NP-полных задач.
16. Существование Dist'NP-полных задач с равномерным распределением на входах относительно вероятностных сведений.
17. Dist'NP-полнота задачи о замощении.
18. Сведение задач поиска к задачам распознавания.
19. Сведение задач поиска к задачам поиска с вычислительно простым распределением на входах.
20. Полиномиальная иерархия. Классы PSPACE и EXP. Вложение PSPACE в EXP и вложение классов полиномиальной иерархии в PSPACE.
21. Полиномиальные игры с полиномиальным числом ходов и класс PSPACE (теорема Сэвича).
22. PSPACE-полнота задачи об истинности булевых формул с кванторами.
23. PSPACE-полнота задачи об эквивалентности регулярных выражений.
24. Класс LOGSPACE. Принадлежность классу LOGSPACE задачи о достижимости в неориентированных графах. Принадлежность классу SPACE($\log^2 n$) задачи о достижимости в ориентированных графах.
25. Теорема Иммермана: NLOGSPACE=co-NLOGSPACE.
26. Интерактивные доказательства. Класс IP. Интерактивное доказательство неизоморфности данных графов.
27. Последовательное и параллельное повторение интерактивного доказательства уменьшает вероятность ошибки.
28. Вложение IP в класс PSPACE
29. Обратное вложение: PSPACE \subset IP.
30. Интерактивные доказательства с открытыми бросаниями в конечное число раундов. Классы AM и MA. Включение MA в AM.
31. Интерактивные доказательства с нулевым разглашением.
32. Включение MA в Π_2 и MA в Σ_2 .

33. Интерактивный протокол с открытыми бросаниями для задачи неизоморфности графов. Если задача изоморфизма графов является NP-полной, то $PH = \Sigma_2$.

34. Применение PCP-теоремы для доказательства неаппроксимлируемости кликового числа.

Литература.

1. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

2. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый. Классические и квантовые вычисления. М.: МЦНМО, ЧеРо, 1999.

3. Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001.

4. <http://lpcs.math.msu.su/~ver/teaching/ComputationalComplexity/index.html>