Программа экзамена по спецкурсу “Метод вынуждения”

1. Аксиомы теории множеств Цермело – Френкеля. Наследственно конечные множества — интерпретация, в которой истинны все аксиомы, кроме аксиомы бесконечности
2. Упорядоченные пары, функции. Ординалы, их свойства. Классификация ординалов. Трансфинитная рекурсия.
3. Теорема о существовании минимального ординала, обладающего данным свойством. Теорема о сравнимости любых двух ординалов. Теорема о том, что для любого множества ординалов существует ординал, больший всех элементов множества.
4. Натуральные числа. Существование множества натуральных чисел. Доказательство аксиом Пеано.
5. Кумулятивная иерархия.
6. Абсолютные формулы и принципы отражения.
7. Определение конструктивных множеств по Коэну множеств. Инвариантность определения.
8. Теорема о том, что все аксиомы теории ZF истинны в классе конструктивных множетсв.
9. Аксиома конструктивности и ее истинность в классе конструктивных множеств. Истинность аксиомы выбора в любой модели ZF+(V=L).
10. Истинность континуум-гипотезы в любой модели ZF+(V=L).
11. Конструктивные множества по Геделю. Лемма о коструктивности множества кортежей, элементы которых принадлежат данному конструктивному множеству и обладают данным свойством.
12. Теорема о том, что в классе конструктивных по Геделю множеств истинны аксиомы ZF.
13. Теорема о том, что в классе конструктивных по Геделю множеств истинны аксиома выбора и континуум гипотеза.
14. Теорема о существовании модели ZFC, в которой имеется счетное транзитивное множество, являющееся моделью ZFC.
15. Расширение $M[f]$ транзитивной модели теории множеств $M \in V$ путем добавления функции $f \in V$.
16. Измеримость по Бэру. Теорема о замкнутости семейства измеримых множеств относительно не более, чем счетных, объединений и дополнения. Генерические над M функции.
17. Измеримость по Бэру множества $\{f \mid M[f] \models \phi(a_1[f], \ldots, a_n[f])\}$.

18. Вынуждение и его свойств.
19. Теорема о том, что для генерической функции g множество $M[g]$ является транзитивной моделью ZFC.
20. Теорема о том, что M и $M[g]$ имеют одни и те же ординалы и кардиналы.
21. Независимость аксиомы конструктивности от ZFC.
22. Независимость континуум-гипотезы от ZFC.
23. Наследственно ординально определимые множества являются моделью ZF.
24. Повторные генерические расширения.
25. Формулы с именами, устойчивыми относительно перестановок.
26. Независимость аксиомы выбора от ZF.

Список литературы

[1] Дж. Шенфилд. Математическая логика. М.: Наука, 1975