

Годовой спецкурс «Модальная логика и её приложения»

к.ф.-м.н. И.Б. Шапировский, к.ф.-м.н. Е.Е.Золин

по пятницам 16⁴⁵ - 18²⁰ в ауд. 12-26 Б

Модальная логика – активно развивающаяся дисциплина на стыке математики и информатики. Мы хотим познакомить слушателей с основными понятиями модальной логики и с рядом её приложений.

В курсе будут рассматриваться так называемые пропозициональные модальные логики – логические системы, базирующиеся на языке логики высказываний с дополнительными связками (*модальностями*). Несмотря на синтаксическую простоту, язык модальной логики оказывается весьма эффективным средством описания реляционных структур. При этом возникающие теории зачастую обладают невысокой вычислительной сложностью. Простота языка и хорошие свойства теорий обусловили широкое применение модальной логики в приложениях, главным образом – в информатике.

Курс состоит из двух частей. В первой части мы рассмотрим базовые понятия модальной логики и сформулируем основные задачи, возникающие в этой науке (акцент мы сделаем на алгоритмических проблемах – разрешимости и вычислительной сложности). Во второй части мы используем описанный общий аппарат, чтобы познакомить слушателя с некоторыми конкретными приложениями модальной логики: мы рассмотрим *темпоральные логики*, используемые в верификации моделей программ, *дескрипционные логики*, применяемые для формального представления знаний, и *пропозициональную динамическую логику программ*.

Курс рассчитан на слушателя с базовым уровнем подготовки в области математической логики и теории алгоритмов.

I. Основные понятия модальной логики

- Семантика Крипке. Шкалы и модели Крипке. Истинность модальных формул. Преобразования шкал и моделей. Понятие р-морфизма. Построение развёртки (дерева путей). Порождённые подмодели; дизъюнктивные суммы моделей. Понятие бисимуляции. Стандартный перевод модальных формул.
- Алгоритмические вопросы. Полнота и финитная аппроксимируемость. Фильтрации моделей Крипке. Разрешимость и вычислительная сложность. Проблемы выполнимости и общезначимости модальных формул. Глобальная и локальная выполнимость. Теорема Ладнера. NP-полные и PSPACE-полные проблемы. Проверка формул на конечных моделях. Неразрешимые проблемы. Кодирование проблемы остановки и проблемы домино в языках модальных логик.
- Расширенные модальные языки. Обратные модальности (временные операторы). Универсальная модальность и модальность неравенства. Соединение логик и классов шкал; теорема о сохранении полноты и разрешимости. Поливалентные и градуированные модальности.

II. Приложения модальной логики в информатике

- Логика деревьев вычислений. Темпоральные языки. Операторы Since и Until. Логика LTL, STL, STL* и их свойства. Спецификации программ на модальном языке. Сложность проверки темпоральной формулы на конечной модели. Выразительная полнота и теорема Кампа.
- Дескрипционная логика. Базовый язык дескрипционной логики ALC. Концепты и роли. Интерпретирующая функция. Перевод формул ALC в язык модальной логики. Терминологические аксиомы; индивиды и факты. Понятие базы знаний, ее модели, выполнимости. Логика с аксиомами для ролей. Расширения базового языка.
- Пропозициональная динамическая логика программ. Язык пропозициональной динамической логики. Модальности как атомарные программы. Стандартная модель. Теорема о полноте и разрешимости. Динамическая эпистемическая логика и описание многоагентных систем.