На правах рукописи

УДК 517.11

Кияткин Владимир Ростиславович

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРАВИЛ ВЫВОДА В МОДАЛЬНЫХ ЛОГИКАХ, РАСШИРЯЮЩИХ *S4*

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Красноярск-1999

Диссертация выполнена в Красноярском государственном университете

Научный руководитель — доктор физико-математических наук, профессор РЫБАКОВ В.В.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор БЕЛЯЕВ В.В.
кандидат физико-математических наук, доцент МАРДАЕВ С.И.

Ведущая организация — Иркутский государственный университет, г. Иркутск

Защита состоится 10 декабря 1999 года в 11 часов на заседании диссертационного совета Д-064.61.02 в Красноярском государственном университете по адресу 660041, г. Красноярск, пр. Свободный 79.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Красноярского государственного университета.

Автореферат разослан 29 октября 1999 года.

Учёный секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент ______ Голованов М.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Аксиоматические логические системы обычно задаются наборами аксиом и правил вывода. Варьируя два эти множества, можно получать новые аксиоматические системы. Обычная практика состоит в подборе подходящих систем аксиом при фиксированных правилах вывода и дальнейшем анализе полученных пропозициональных логик. Ситуация с правилами вывода выглядит сложнее. Они поддаются изучению с большим трудом, поскольку семантическая теория правил вывода сравнительно слабее развита. Однако, эта область исследований очень важна, поскольку правила вывода влияют на дедуктивную силу и эффективность формальных логических систем в большей степени, чем аксиомы, так как в логических выводах они играют более активную роль. Все формулы, выводимые из аксиом с помощью постулированных правил вывода называются теоремами логики. Зафиксировав множество всех теорем, мы можем изменять множества аксиом и правил вывода так, чтобы сделать данную аксиоматическую систему дедуктивно более мощной и удобной, Очевидно, что новое множество аксиом выбирается из теорем данной логики. Много сложнее с совокупностью правил, которые можно добавить к постулированным правилам вывода так, чтобы это не расширило множества теорем данной логики. Такие правила называют допустимыми. Допустимые правила образуют наибольший класс правил вывода, с помощью которого мы можем расширить аксиоматическую систему данной логики, сохраняя её теоремы. Потребность в поиске новых допустимых правил объясняется возможностью с их помощью существенно сокращать и упрощать процесс доказательства в логиках. Допустимые правила вывода образуют инвариант логического исчисления, так как допустимость не зависит от конкретной аксиоматизации формальной системы. Общая проблема допустимости заключается в следующем: можно ли для любого правила вывода определить, допустимо ли оно в заданной формальной системе или нет? В классическом исчислении высказываний проблема допустимости правил вывода решается тривиально, но уже случай интуиционистской пропозициональной логики требует разработки сложной техники. Интерес к интуиционистскому исчислению высказываний IPC вызван важностью роли, которую оно играет в основаниях математики. Поэтому исторически первые конкретные результаты по проблеме допустимости были получены для интуиционистской логики. Между модальными и суперинтуиционистскими логиками существует тесная связь. В её основе лежит идея Гёделя о возможности выражать истинность интуиционистских формул средствами модальных логик, поскольку было обнаружено большое сходство в семантическом аппарате этих логик. Впоследствии эта идея получила развитие в работах Маккинси и Тарского [23], Даммета и Леммона [15], Максимовой и Рыбакова [1] и других. В связи с этим появилась возможность переносить некоторые результаты, полученные для модальных логик на суперинтуиционистские логики и наоборот. Этим объясняется повышенный интерес к исследованию правил вывода в модальных логиках, расширяющих S4. Р.Харропом в 1960 году [19], а затем Г.Е.Минцем в 1972 году [2] были получены примеры допустимых, но не производных правил вывода в интуиционистской логике. В 1977 году А.И.Циткин нашёл конечный базис для допустимых квазихарактеристических правил вывода интуиционистской логики [11], а в 1978 году им были описаны все структурно предполные суперинтуиционистские логики [12]. В 1984 году В.В.Рыбаковым была положительно решена проблема алгоритмического распознавания допустимости в модальной системе S4 и интуиционисткой логике IPC [6]. К настоящему времени в этой области исследований поручены и другие замечательные результаты. В целом, общая теория правил вывода в нестандартных логиках и её различные приложения — активно развивающаяся область исследований. В то же время многие интересные вопросы этого направления остаются малоизученными.

Наряду с обычными правилами в нестандартных логиках рассматриваются обобщённые правила, то есть правила вывода с метапеременными или параметрами. Интерес к этим правилам можно объяснить по крайней мере двумя причинами. Первая из них — актуальность проблем подстановки и разрешимости логических уравнений. Вторая — чисто алгебраической природы — актуальность проблемы разрешимости уравнений в свободных алгебрах многообразий, соответствующих логикам. Для алгебраических логик проблема подстановки является частным случаем более общей проблемы: проблемы разрешимости логических уравнений и поиска их решений. Проблема разрешимости логических уравнений, как и проблема подстановки, по существу сводится к решению проблемы допустимости правил вывода с метапеременными [10]. В.В.Рыбаковым решена проблема допустимости для правил вывода с метапеременными для целого ряда модальных логик (см., например, [25, 24, 26]). Те же подходы реализуются и в суперинтуиционистских логиках [26], полимодальных логиках, логиках схем и так далее, то есть везде, где используется семантика Крипке с транзитивными фреймами. Проблема допустимости для правил вывода с метапеременными интересна и с алгебраической точки зрения. Для многих классических алгебр давно и активно разрабатываются вопросы разрешимости уравнений в свободных алгебраических системах. Например, исследования в уравнений в свободных группах проводились Линдоном (Lyndon R.C. [21]). Алгоритмы для нахождения решений в свободных полугруппах были найдены Маканиным (Makanin G.S. [22]) Интерес к решению уравнений в свободных алгебрах очевиден: если уравнение имеет решение в свободной алгебре, то это уравнение имеет решение в любой алгебре из соответствующего многообразия, когда коэффициенты, соответствующие свободным об разующим интерпретируются произвольным образом. По существу же вопрос о существовании решений алгебраических уравнений в свободной алгебре счётного ранга $\mathcal{F}_\lambda(\omega)$ также сводится к вопросу о допустимости соответствующих правил с метапеременными в логике λ.

К настоящему времени в универсальной алгебре получены сильные результаты, касающиеся различных аспектов независимости. Так были найдены примеры многообразий групп без независимой аксиоматизации (отрицательное решение проблемы А.Тарского), доказаны сильные теоремы, показывающие наличие или отсутствие независимой аксиоматизации для многих важных многообразий и квазимногообразий классических алгебраических систем, а также развиты инструменты, устанавливающие отсутствие независимой аксиоматизации для многообразий и квазимногообразий. Однако имеется сравнительно мало результатов по независимой аксиоматизации в нестандартной логике. Под базисом аксиом и правил вывода часто понимают просто совокупность аксиом и правил вывода таких, что все остальные есть их следствия. Многие, можно сказать большинство важных логик и целые классы нестандартных логик разрешимы по допустимости (см., например, [5, 6, 7]). Вместе с тем, было показано, что многие модальные и суперинтуиционистские логики не имеют конечных базисов допустимых правил вывода ((см., например, [8, 9]). В книге В.В.Рыбакова [27] содержится подробный обзор этого рода результатов. При отсутствии конечного базиса, естественно возникает вопрос о существовании независимого базиса. В работе Чагрова и Захарящева [14] приводятся примеры модальных логик, не имеющих независимого множества аксиом. Примечательно, что существуют табличные модальные логики, не имеющие независимых базисов допустимых правил вывода (см. Теорему 4.5.5 из [27]).

Финитная аппроксимируемость играет важную роль в исследовании нестандартных логик. Это свойство является самым важным инструментом для доказательства разрешимости логик (Теорема Харропа) и, кроме того, даёт мощные инструменты семантического исследования логических систем. Классическая пропозициональная логика PC таблична, но со времён Гёделя известно, что интуиционистская логика IPC не таблична, то же самое верно в отношении модальных систем S4 и S5 и большинства других базисных модальных логик. Было показано (Dummet, Lemmon [15]), что все они имеют свойство финитной аппроксимируемости, то есть могут быть аппроксимированы (или порождены) потенциально бесконечным множеством конечных алгебр или, эквивалентно, фреймов. С тех пор появилось много различных сильных инструментов для доказательства финитной аппроксимируемости, развитых для различных конкретных логик и целых важных классов логик. Например, Буль (Bull [13]) доказал алгебраическими методами, что все нормальные модальные логики, расширяющие S4.3 финитно аппроксимируемы. Габбай и де Йонг (Gabbay и de Jongh [18]) установили, что все суперинтуиционистские логики, порождённые фреймами с ограниченным ветвлением (не более, чем n для любого n) финитно аппроксимируемы; в работах Габбая для определения финитной аппроксимируемости был разработан метод селективной фильтрации. Затем Файн (K. Fine [16]) предложил метод опускания (dropping points) для установления финитной аппроксимируемости, а затем и методы subframe-логик [17]. В.В.Рыбаков доказал, что финитная аппроксимируемость наследуется, когда добавляются новые произвольные аксиомы специального вида — произвольные *LM*-формулы (В.В.Рыбаков [3]). Крахтом [20] были предложены методы, использующие силиттинг; усовершенствовав эти методы и расширив их для случая временных логик, Волтер [28] исследовал финитную аппроксимируемость временных логик. Имеется несколько примеров разрешимых логик без финитной аппроксимируемости и даже неполных по Крипке и, более того, некомпактных по Крипке (см. В.В.Рыбаков [4]). Но финитная аппроксимируемость по допустимости модальных логик ещё не изучена в должной степени.

Цель работы.

1. Исследовать разрешимость проблемы допустимости правил вывода с метапеременными в табличных и предтабличных модальных логиках, расширяющих S4.

2. Исследовать разрешимость проблемы существования независимых базисов допустимых правил вывода для предтабличных модальных логик, расширяющих S4, и всех предтабличных суперинтуиционистских логик.

3. Исследовать разрешимость проблемы финитной аппроксимируемости по допустимости для модальных логик, расширяющих *K4*.

Методика исследования. В исследовании применяются общие методы теоретико-модельной реляционной и алгебраической семантик для пропозициональных модальных и суперинтуиционистских логик.

Научная новизна. Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми и снабжены строгими доказательствами. Результаты совместных работ получены в нераздельном соавторстве.

Основные результаты В диссертации получены следующие основные результаты

1. Доказана разрешимость проблемы допустимости правил вывода с метапеременными для табличных, предтабличных модальных логик $PT_1 - PT_5$ и для всех конечно аксиоматизируемых модальных логик конечной глубины, расширяющих S4.

2. Доказано, чго все предтабличные модальные логики $PT_1 - PT_5$ расширяющие S4, и все суперинтуиционистские предтабличные логики LC, L_2, L_3 имеют независимые базисы допустимых правил вывода.

3. Найдены достаточные условия отсутствия финитной аппроксимируемости по допустимости для модальных логик, расширяющих $K4$. Получены достаточные условия финитной аппроксимируемости по допустимости для модальных логик, расширяющих S4.

Теоретическая и практическая ценность. Все полученные результаты носят теоретический характер и могут быть использованы в дальнейших исследованиях по различным проблемам допустимости правил вывода: распознавания разрешимости логических уравнений и существования независимых базисов допустимых правил вывода, а также финитной аппроксимируемости по допустимости.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на

- III-ей международной конференции по алгебре памяти М.И.Каргаполова (Красноярск,1993),

- международной конференции по математической логике посвященной 85-летню со дня рождения А.И. Мальцева (Новосибирск, 1994),

- XV-ой межрегиональной научно-технической конференции (Красноярск, КГАСА, 1997).

- международной алгебраической конференции, посвященной памяти Д.К.Фаддеева (Санк-Петербург, 1997).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]-[8].

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Библиографический список использованной литературы включает 82 наименования. Объём работы 104 страницы машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранной в диссертационной работе темы, формулируются научная проблема и её различные аспекты, даётся краткий обзор результатов по данной теме, описывается современное состояние вопроса, формулируется цель исследования, определяется предмет исследования, уточняется содержание поставленных задач, описываются основные методы исследования и даётся обзор всех разделов диссертации.

Первая глава содержит необходимые общие сведения о модальных и суперинтуиционистских логиках, а также основные факты реляционной семантики Крипке и алгебраической семантики для этих логик.

В первых разделах каждой из следующих глав содержатся все необходимые предварительные сведения, касающиеся конкретных тем исследований.

Во второй главе изложены результаты исследования проблемы допустимости правил вывода с метапеременными в табличных и предтабличных модальных логиках.

В разделе 2.2 доказывается, что все табличные модальные логики, расширяющие S4, разрешимы по допустимости для правил вывода с метапеременными и что в этих логиках разрешимость логических уравнений распознаваема.

В разделе 2.3 доказывается некоторая более общая теорема о том, что для любой конечно аксиоматизируемой модальной логики лямбда конечной глубины существует алгоритм, распознающий допустимость правил вывода с метапеременными. Этой теореме предшествует важная техническая лемма о свойстве означиваний на n-характеристической модели любой финитно аппроксимируемой модальной логики, расширяющей *S4*. Следствием из доказанной теоремы является

Теорема 2.6 *Для предтабличных модальных логик PT_2 — PT_5 существует алгоритм, распознающий допустимость правил вывода с метапеременными. Существует алгоритм, распознающий разрешимость логических уравнений для предтабличных модальных логик PT_2 — PT_5.*

В разделе 2.4 подробно рассматривается строение n-характеристической модели логики PT_1 и определяются некоторые вспомогательные характеристики элементов этой модели — тип и потенциал. Далее в этом разделе доказывается теорема о том, что всякое правило вывода с метапеременными допустимо в логике PT_1 тогда и только тогда, когда оно истинно на конечном множестве конечных открытых подмоделей специального вида n-характеристической модели логики PT_1 для некоторого фиксированного n. Следствием доказанной теоремы является

Теорема 2.9 *Для предтабличной модальной логики PT_1 существует ал-*

горитм, распознающий допустимость правил вывода с метапеременными. Существует алгоритм, распознающий разрешимость логических уравнений для предтабличной модальной логики PT_1.

В третьей главе даётся положительный ответ на вопрос о существовании независимых базисов у всех предтабличных модальных логик над *S4* и всех предтабличных суперинтуиционистских логик.

В разделе 3.2 существование независимых базисов допустимых правил вывода для предтабличной модальной логики РТз проверяется непосредственным построением такового базиса $r_n(PT_3), n \in N$. В трёх последующих леммах доказывается, что каждое предложенное правило $r_n(PT_3), n > 2$ допустимо в логике PT_3, что вся совокупность этих правил образует базис всех правил вывода, допустимых в логике PT_3 и что этот базис независимый. Следствием доказанных лемм является

Теорема 3.1 *Правила $r_n(PT_3), n > 2, n \in N$ образуют независимый базис для всех правил, допустимых в предтабличной модальной логике PT_3.*

По этой же схеме следствием трёх соответствующих лемм является

Теорема 3.2 *Правила $r_n(PT_2), n > 2, n \in N$ образуют независимый базис для всех правил, допустимых в предтабличной модальной логике PT_2.*

Подводит итог раздела следующая

Теорема 3.3 *Все предтабличные модальные логики, расширяющие $S4$, имеют независимые базисы допустимых правил.*

Раздел 3.3 в большой степени следует схеме доказательств предыдущего раздела. Сначала вводится последовательность интуиционистских правил вывода $r_n(\mathcal{L}_3), n > 2$ и проверяется, что они допустимы, затем доказывается, что они образуют базис допустимых правил в логике $\mathcal{L}_3$ и, в завершение, устанавливается независимость этого базиса. Как непосредственное следствие выводится

Теорема 3.4 *Правила $r_n(\mathcal{L}_3), n > 2, n \in N$ образуют независимый базис для всех правил, допустимых в предтабличной суперинтуиционистской логике $\mathcal{L}_3$.*

Аналогично устанавливается, что для логики $\mathcal{L}_2$ справедлива

Теорема 3.5 *Правила $r_n(\mathcal{L}_2), n > 2, n \in N$ образуют независимый базис для всех правил, допустимых в предтабличной суперинтуиционистской логике $\mathcal{L}_2$.*

Суммирует результаты этого раздела

Теорема 3.6 *Все предтабличные суперинтуиционистские логики имеют независимые базисы допустимых правил.*

В четвёртой главе указываются общие достаточные условия отсутствия финитной аппроксимируемости по допустимости для модальных логик над К4 и приводится вместительный список важнейших логик, удовлетворяющие этим условиям, а также предлагаются общие достаточные условия финитной аппроксимируемости по допустимости для модальных логик над $S4$, а именно, в разделе 4.2 доказывается

Теорема 4.1 *Если модальная пропозициональная логика λ расширяет $K4$, имеет ширину строго больше 2 и обладает свойством ко-накрытия, то она не является финитно аппроксимируемой по допустимости.*

В конце раздела даётся следствие из этой теоремы, в котором приводится список модальных логик, не являющихся финитно аппроксимируемыми по допустимости.

В начале раздела 4.3 приводятся хорошо известные факты, касающиеся свойств модальных логик над $S4$, которые не являются подлогиками трёх специальных табличных логик. Далее доказывается основная в этом разделе

Теорема 4.2 *Если модальная логика λ, расширяющая $S4$, есть логика* *ширины не более 2 и* $\lambda \not\subseteq \lambda(\mathcal{M}_j)$, *где* $\mathcal{M}_j$ *— некоторые специальные фреймы ширины 2,* $j = 1, 2, 3$, *то есть если* λ *— логика плотности 2, то* λ *финитноаппроксимируемаподопустимости.*

Затем формулируется следствие из основной теоремы о финитной аппроксимируемости по допустимости любых логик, расширяющих S4.3.

В заключении излагаются основные результаты решения поставленных задач, подводятся итоги проведённых исследований, отмечается их научная новизна, теоретическая значимость и практическая ценность, указываются возможные области применения, обсуждаются возникающие новые нерешённые проблемы и перспективы их разрешения.

Литература

[1] Максимова Л.Л., Рыбаков В.В. О решётке нормальных модальных логик // Алгебра и логика. — 1974. — Т. 13. — № 2. — С. 105-122.

[2] Минц Г.Е. Производность допустимых правил//Записки научного семинара ЛОМИ АН СССР. — 1972. — № 32. — С. 85-99.

[3] Рыбаков В.В. Модальные логики с LM-аксиомами//Алгебра и Логика. — 1978. — Т. 17. — № 4. — С. 455-467.

[4] Рыбаков В.В. Разрешимые некомпактные расширения логики S4 //Алгебра и логика. — 1978. — Т. 17. — № 2. — С. 210-219.

[5] Рыбаков В.В. Допустимые правила предтабличных модальных логик//Алгебра и логика. — 1981. — Т. 20. — № 4. - С. 440-464.

[6] Рыбаков В.В., Критерий допустимости правил в модальной системе 54 и интуиционистской логике//Алгебра и логика. - 1984. - Т. 23 — № 5. - С. 369-384.

[7] Рыбаков В.В. Разрешимость проблемы допустимости в конечнослойных модальных логиках// Алгебра и логика. — 1984. — Т. 23. — № 1. С. 100-116.

[8] Рыбаков В.В. Базисы допустимых правил логик *S4* и *Int*//Алгебра и логика. — 1985. — Т. 24. — С. 55-68.

[9] Рыбаков В.В. Базисы допустимых правил модальной системы *Grz* и интуиционистской логики // Математический сборник. — 1985. — Т. 128(170) — № 3. — С. 321-338.

[10] Рыбаков В.В. Уравнения в свободной топобулевой алгебре//Алгебра и логика. — 1986. — Т. 25. — № 2. — С. 172-204

[11] Циткин А.И. О допустимых правилах интуиционистсткой логики высказываний // Математический сборник. — 1977. — Т. 102. — № 2. — С. 314-323.

[12] Циткин А.И. О структурально полных суперинтуиционистских логиках // Доклады АН СССР. — 1978. — Т. 241. — № 1. — С. 40-43.

[13] Bull R.A. That all extensions of S4.3 have the finite model property//Z. fur Mathematical Logic und Grundl. der Mathematik.— 1966. — V. 12. — P. 341-344.

[14] Chagrov A., Zakharyaschev M. On independent axiomatizability of modal and superintuitionistic logics//Journal of Logic and Computation. - 1995. — V. 5. — P. 287-302.

[15] Dummett M.A., Lernmon E.J. Modal logics between S4 and S5//Z. fur Mathematical Logic und Grundl. der Mathematik. 1959. — V. 5. — P. 250-264.

[16] Fine K. Logics containing K4.Part I//Z. fur Mathematical Logic und Grundl. der Mathematik. — 1974. — V. 39. — P. 229-237.

[17] Fine K. Logics containing K4.Part II//Z. fur Mathematical Logic und Grundl. der Mathematik. — 1985. — V. 50. — P. 619-651.

[18] Gabbay D., de Jongh D. A sequence of decidable finitely axiomatizable intermediate logics with the disjunction property//Journal of Symbolic Logic. — 1974. — V. 39. — P. 67-78.

[19] Harrop R. Concerning formulas of the types $A \to B \vee C$, $A \to \exists x B(x)$ in intuitionistic formal systems // The Journal of Symbolic Logic. — 1960. — V. 25. — № 1. — P. 27-32.

[20] Kracht M. Splittings and the finite model property//Journal of Symbolic Logic. — 1993. — V. 58. — P. 139-157.

[21] Lindon R.C. Equations in free groups.// Trans. Amer. Math. Soc. - 1960. — V. 96. — P. 445-457.

[22] Makanin G.S. Problem of solvability for equations in free semigroup //Mathematical sbornik. — 1977. — V. 103. — № 2. — P. 147-236.

[23] McKinsey J.C.C., Tarski A. Some theorems about the sentential calculi of Lewis and Hayting//Journal of symbolic logic. — 1948. — V. 13. — P. 1-15.

[24] Rybakov V.V. Logical Equations and Admissible Rules of Inference with Parameters in Modal Provability Logics//Studia Logica. — 1990. - V. 49. № 2 - P. 215-239.

[25] Rybakov V.V. Problems of substitution and admissibility in the modal system *Grz* and intuitionistic calculus//Annals of Pure and Applied Logic. - 1990. — V, 50. - P. 71-106.

[26] Rybakov V.V. Rules of inference with parameters for intuitionistic logic//Journal of Symbolic Logic. — 1992. - V. 57. — № 3. — P. 912-923.

[27] Rybakov V.V. Admissibility of logical inference rules. — Amsterdam, New-York: Elsevier Publishers, — 1997. — 617 p.

[28] Wolter F. The finite model property in tense logic//Journal of Symbolic Logic. — 1995. — V. 60. — № 2. — P. 757-774.

РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Кияткин В.Р. Уравнения в табличных модальных логиках// III международная конференция по алгебре. Тезисы докладов. Красноярский университет. Красноярск. — 1993. — С. 149.

2. Кияткин В.Р. Правила вывода с метапеременными и логические уравнения табличных и предтабличных локально конечных модальных логик// Деп. ВИНИТИ 15.12.95, № 3350-В95.

3. Кияткин В.Р. Разрешимость уравнений в свободных топобулевых алгебрах многообразий, соответствующих табличным и предтабличным модальным логикам.// Международная алгебраически кон-

ференция, посвященная памяти Д.К.Фаддеева. Тезисы докладов. Санкт-Петербург. — 1997, — С. 212.

4. Рыбаков В.В., Кияткин В.Р., Герзилер М. Независимые базисы для правил, допустимых в предтабличных логиках//Деп. ВИНИТИ 06.11.98, № 3220-В98.

5. Рыбаков В.В., Кияткин В.Р., Онер Т, Финитная аппроксимируемость для допустимых правил вывода//Деп. ВИНИТИ 16.11.98, № 3221-В98.

6. Кияткин В.Р. Правила вывода с метапеременными и логические уравнения в предтабличной модальной логике *PM1*//Деп. ВИНИТИ 06.11.98, N° 3222-В98.

7. Rybakov V.V., Kiyatkin V.R., Oner T. On finite model property for admissible rules//Mathematical Logic Quaterly. — 1999. — № 4. — P. 81-103.

8. Rybakov V.V., Kiyatkin V.R., Terziler M. Independent bases for rules admissible in pretabular logics//Journal of Interested Group in Pure and Application Logic. Oxford Press. - 1999. V. 7. № 2, - P . 118-139.

Подписано в печать

Формат 60 х 86/16

Бумага типографская.

Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1

Уч.-изд. л. 1,1

Тираж 100 экз. Заказ № 594

Цена договорная.

Редакционно-издательский центр
Красноярского государственного университета.
660041, Красноярск, пр. Свободный, 79.