Модальная логика
и
Логики описания понятий

Евгений Евгеньевич Золин

старший научный сотрудник
Кафедра математической логики и теории алгоритмов
Механико математический факультет
МГУ им. М.В.Ломоносова

Встреча со студентами 2 курса, 17 марта 2017

Модальная логика

Как пишутся модальные формулы:

- начинаем с переменных: $p_0, p_1, \ldots$
- используем обычные (булевы) связки:

$$\neg A, \quad (A \wedge B), \quad (A \vee B), \quad (A \to B), \quad \ldots$$

Модальная логика

Как пишутся модальные формулы:

- начинаем с переменных: $p_0, p_1, \ldots$
- используем обычные (булевы) связки:

$$\neg A, \quad (A \wedge B), \quad (A \vee B), \quad (A \to B), \quad \ldots$$

- используем две «модальности»:

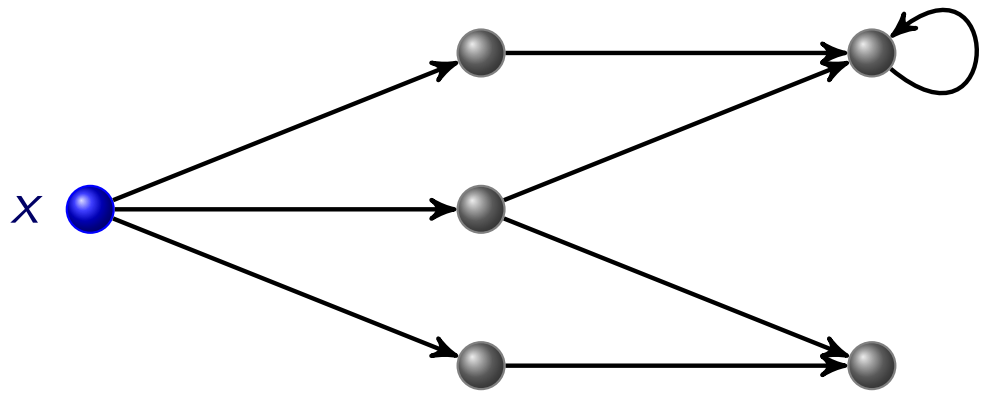
$\Box A$ (читается: «необходимо A»)

$\Diamond A$ (читается: «возможно A»)

Модальная логика

Как понимаются модальные формулы:

- Граф (не обязательно конечный):
  $F = (W, R)$, где W — вершины, $R \subseteq W \times W$ — рёбра.



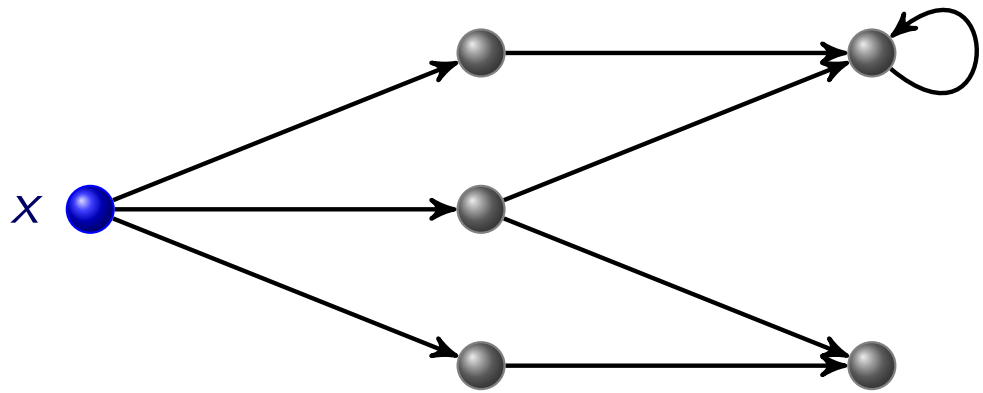
Модальная логика

Как понимаются модальные формулы:

- Граф (не обязательно конечный):

  $F = (W, R)$, где W — вершины, $R \subseteq W \times W$ — рёбра.

- Задаем: в каких вершинах какие переменные верны.

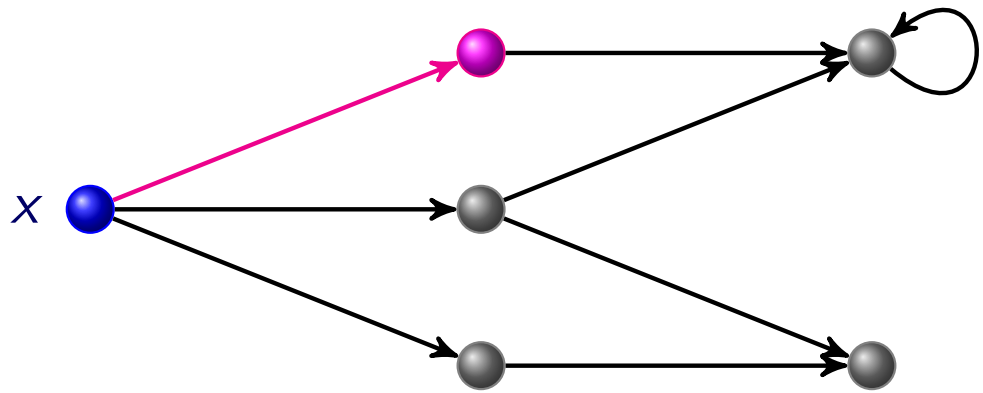


Модальная логика

Как понимаются модальные формулы:

- Граф (не обязательно конечный):
  $F = (W, R)$, где W — вершины, $R \subseteq W \times W$ — рёбра.
- Задаем: в каких вершинах какие переменные верны.

- формула $\Diamond A$ верна в точке x,
  если A верна в некоторой точке y, такой что xRy

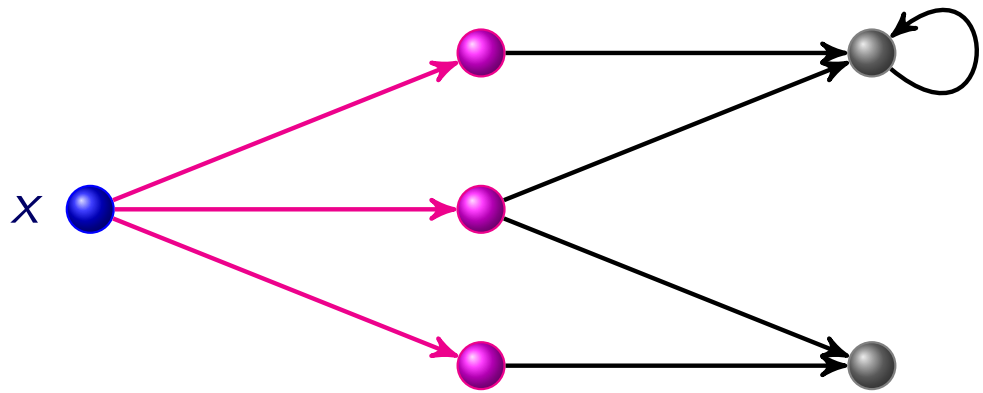


Модальная логика

Как понимаются модальные формулы:

- Граф (не обязательно конечный):
  $F = (W, R)$, где W — вершины, $R \subseteq W \times W$ — рёбра.
- Задаем: в каких вершинах какие переменные верны.

- формула $\Box A$ верна в точке x,
  если A верна в каждой точке y, такой что xRy



Модальная логика: Ключевые вопросы

- Какие модальные формулы верны всегда? (во всех графах)
  - Есть ли алгоритм, распознающий это свойство формул?
  - Каковы аксиомы и правила, из которых они все выводятся?
  - А если ограничиться лишь графами определенного вида?
- Какие свойства графов задаются модальными формулами?

Модальная логика: Ключевые вопросы

- Какие модальные формулы верны всегда? (во всех графах)
  - Есть ли алгоритм, распознающий это свойство формул?
  - Каковы аксиомы и правила, из которых они все выводятся?
  - А если ограничиться лишь графами определенного вида?
- Какие свойства графов задаются модальными формулами?
- Те же вопросы, если обогащаем модальный язык, например:
  - формула вида $\Diamond^{\geqslant n} A$ верна в точке x,
    если A верна в $\geqslant n$ точках y, таких что xRy
  - формула вида $\Diamond^{\infty} A$ верна в точке x,
    если A верна в ∞ числе точек y, таких что xRy
  - формула вида $\boxplus A$ верна в точке x,
    если A верна во всех точках y, достижимых из точки x
    за несколько переходов по R-рёбрам: $xR \ldots Ry$

Модальная логика: Применения

- Верификация (доказательство правильности) программ
  – используется логика времени, динамическая логика

Модальная логика: Применения

- Верификация (доказательство правильности) программ – используется логика времени, динамическая логика

- Описание законов доказуемости — логики доказуемости
  $\Box A$ читаем: «утверждение A доказуемо в теории T»

Модальная логика: Применения

- Верификация (доказательство правильности) программ
  – используется логика времени, динамическая логика

- Описание законов доказуемости — логики доказуемости
  $\Box A$ читаем: «утверждение A доказуемо в теории T»

- Пространственная логика:
  формула $\Box A$ верна в точке x, если формула A верна
  во всех точках y некоторой окрестности точки x
  (в топологическом пространстве)

Модальная логика: Применения

- Верификация (доказательство правильности) программ – используется логика времени, динамическая логика
- Описание законов доказуемости — логики доказуемости
  $\Box A$ читаем: «утверждение A доказуемо в теории T»
- Пространственная логика:
  формула $\Box A$ верна в точке x, если формула A верна
  во всех точках y некоторой окрестности точки x
  (в топологическом пространстве)
- Логики описания понятий — для представления знаний

Логики описания понятий (description logics)

- Большое семейство языков, похожих на модальные
- Для записи знаний некоторой предметной области
- Для «вывода» новых знаний из уже имеющихся

Логики описания понятий (description logics)

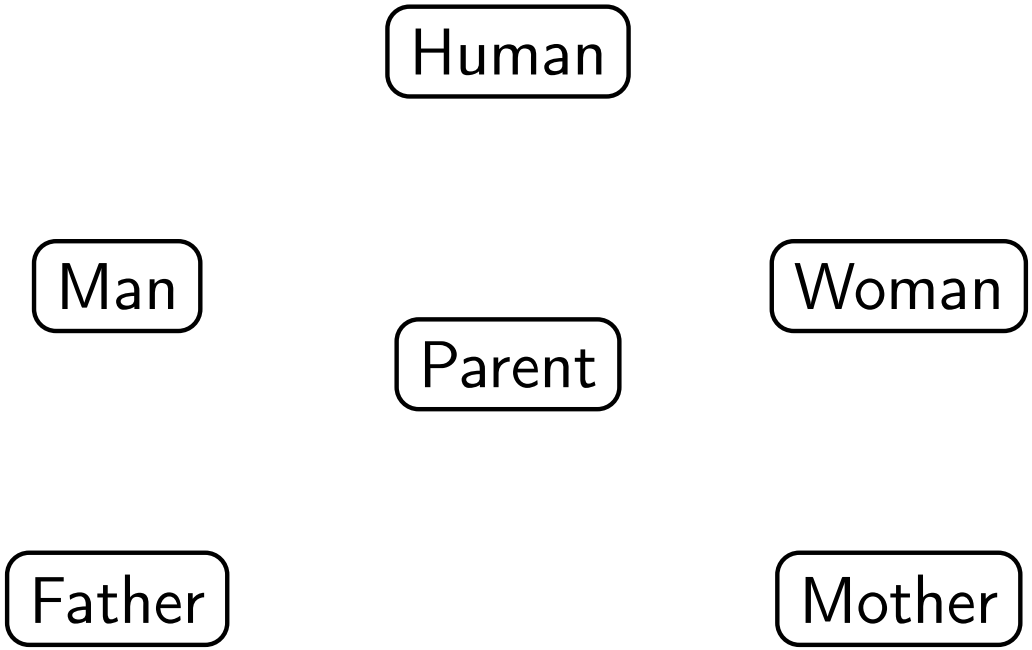
- Большое семейство языков, похожих на модальные
- Для записи знаний некоторой предметной области
- Для «вывода» новых знаний из уже имеющихся

Совокупность записанных знаний — база знаний или онтология.
Их записывают на XML-языке OWL (Web Ontology Language)

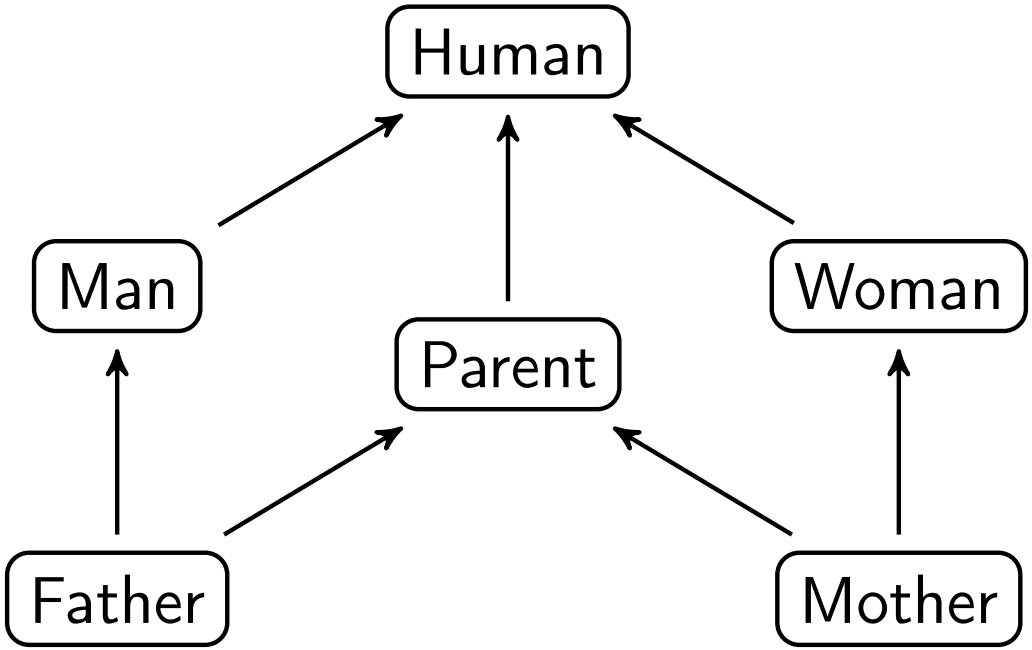
Примеры онтологий:

- **SNOMED CT** — 1,3 млн связей между 300 000 мед. терминов (симптомы, диагнозы, мед. процедуры, структуры тела, типы организмов, хим. вещества, фармацевтические продукты и т.д.)
- **FMA** (Foundational Model of Anatomy) — более 2.1 млн связей между 120 000 терминами анатомии
- **GO** (Gene Ontology) — около 50 000 терминов для аннотации генов всех биол. видов, миллионы связей между терминами

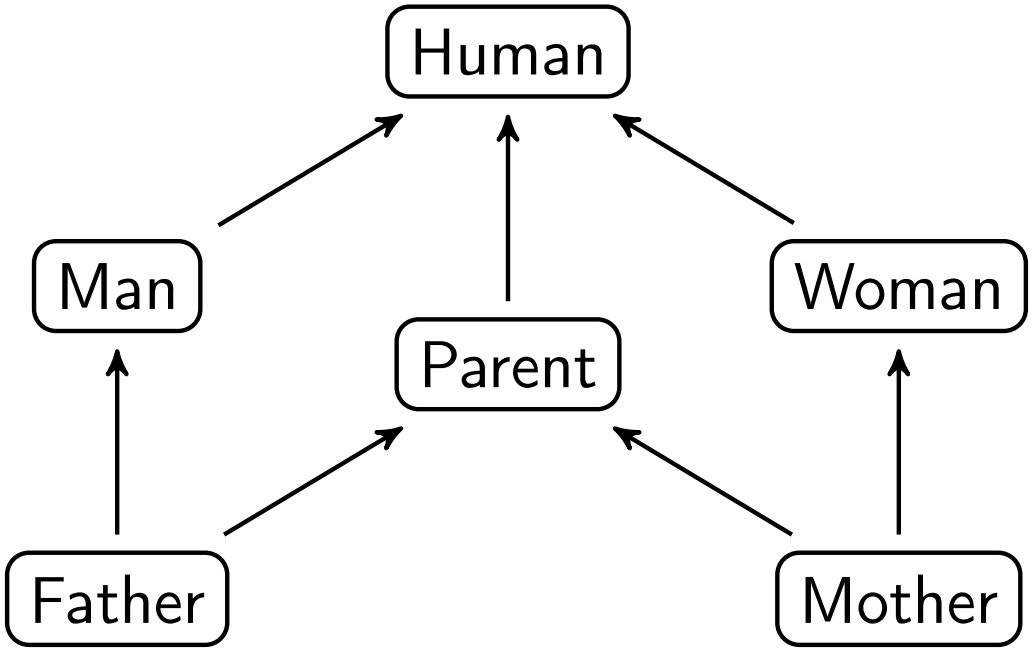
Простейший пример онтологии



Простейший пример онтологии

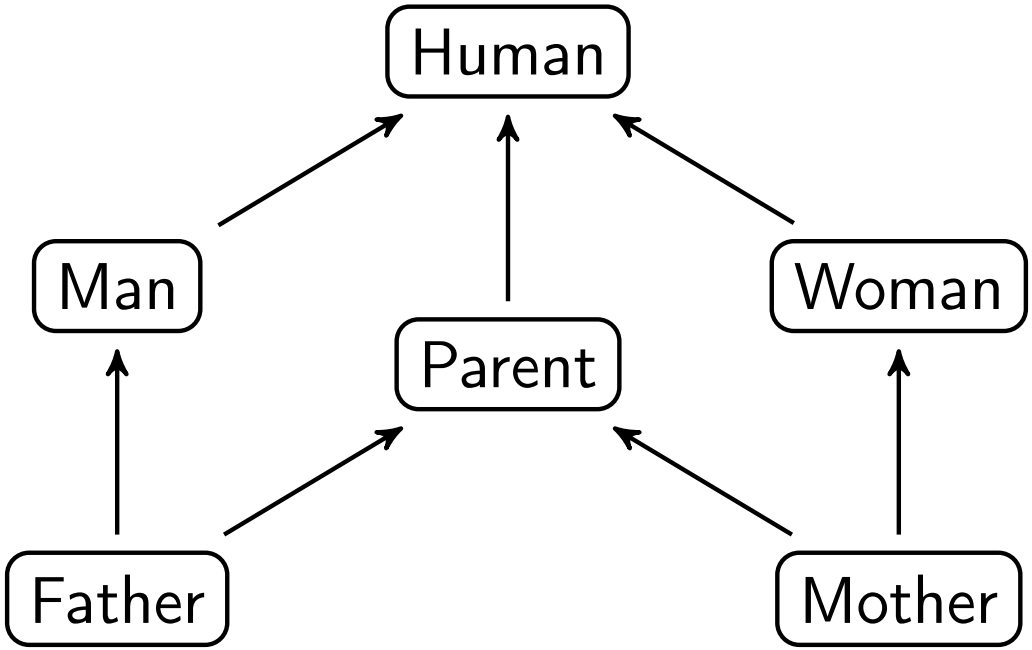


Простейший пример онтологии



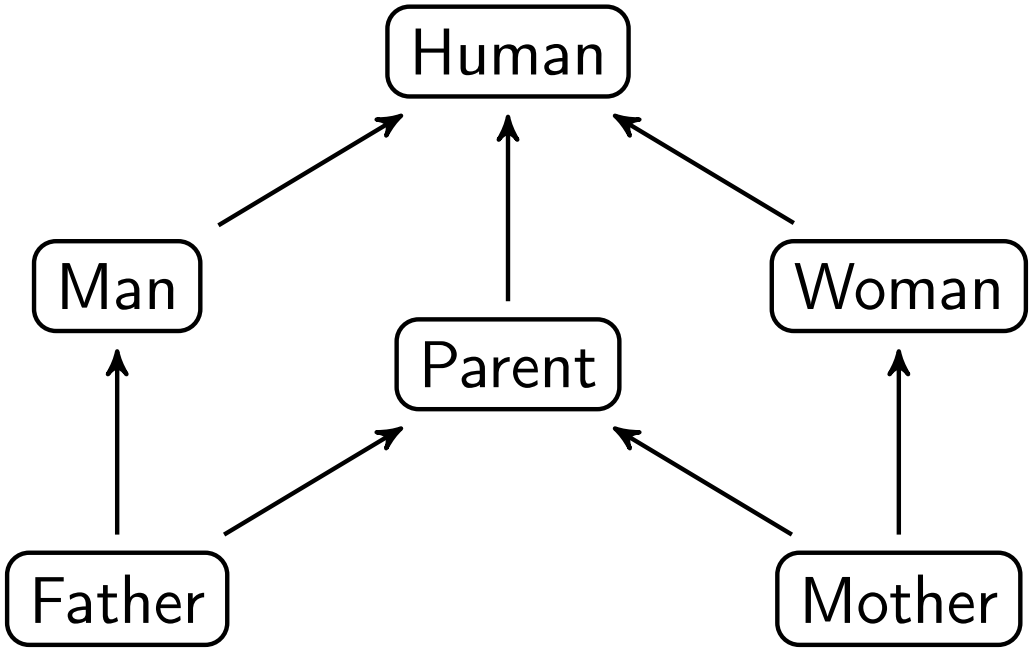
- Используя лишь $\subseteq$, пишем: $\mathsf{Parent} \subseteq \mathsf{Human}$

Простейший пример онтологии



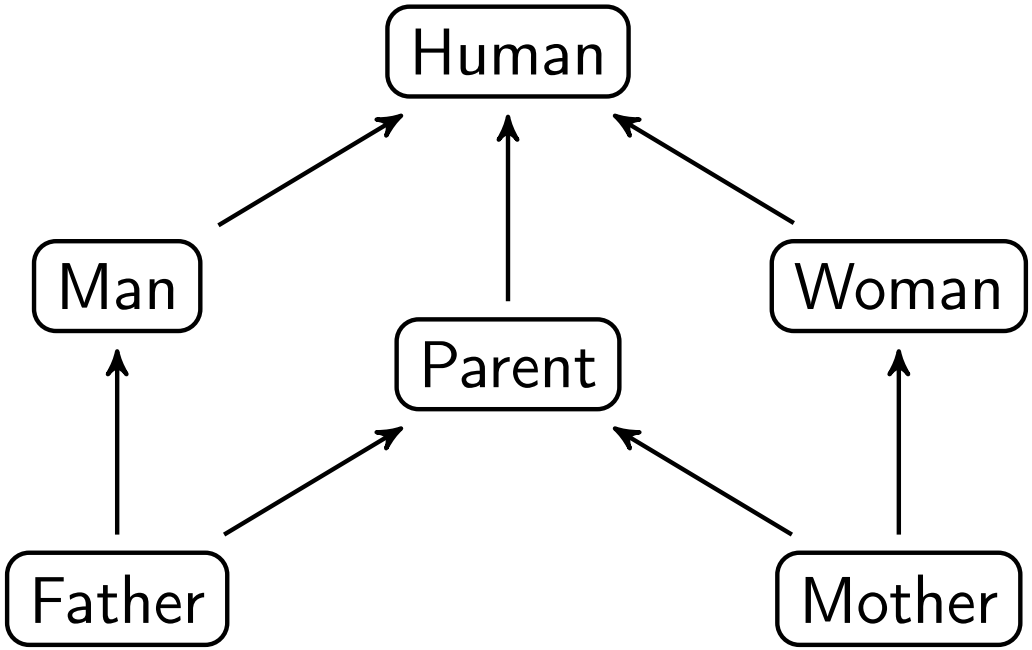
- Используя лишь $\subseteq$, пишем: $\mathsf{Parent} \subseteq \mathsf{Human}$
- Используя $\cap$, можно писать: $\mathsf{Father} = \mathsf{Man} \cap \mathsf{Parent}$

Простейший пример онтологии



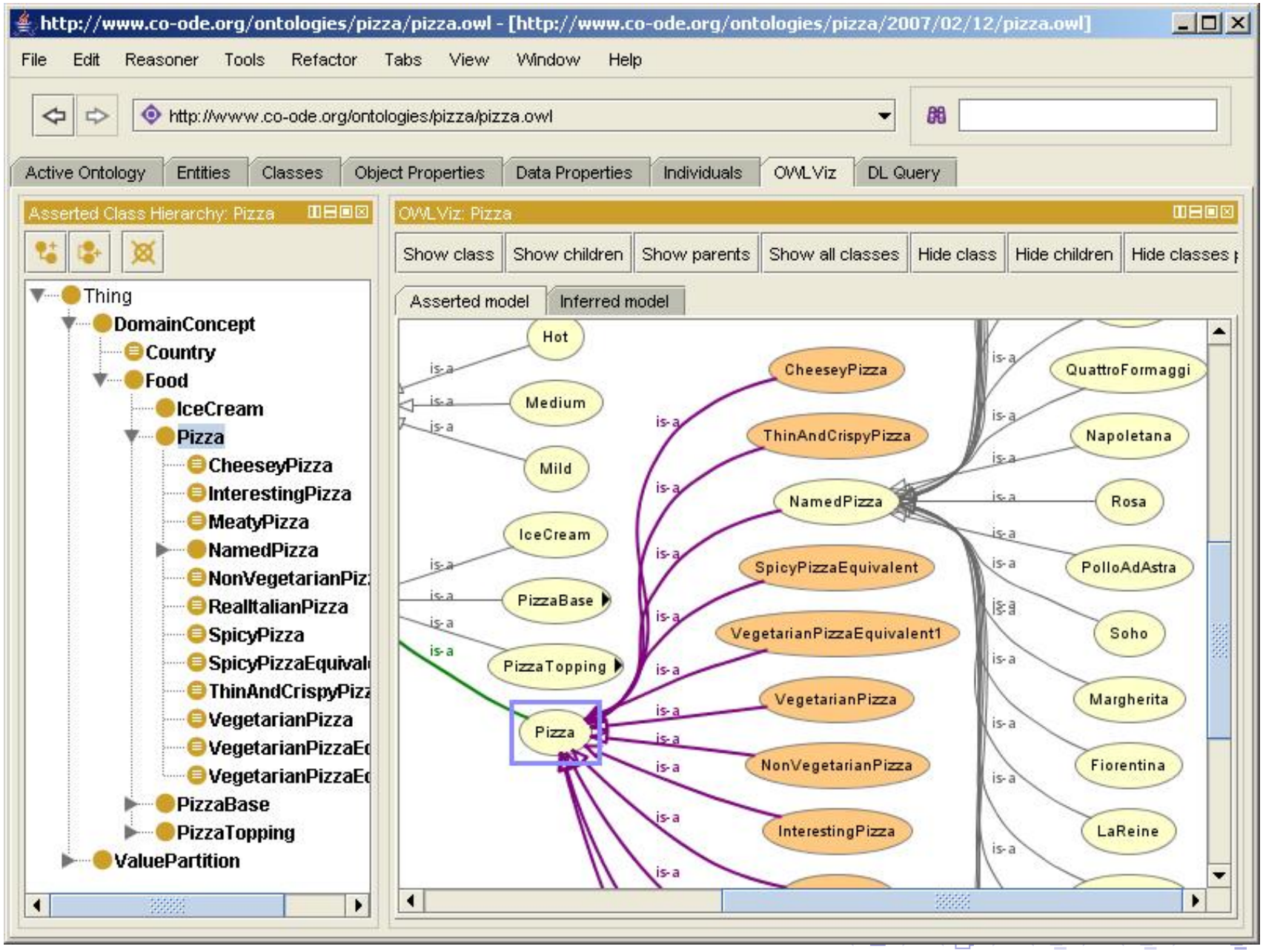
- Используя лишь $\subseteq$, пишем: $\mathsf{Parent} \subseteq \mathsf{Human}$
- Используя $\cap$, можно писать: $\mathsf{Father} = \mathsf{Man} \cap \mathsf{Parent}$
- Используя $\exists$, можно писать: $\mathsf{Father} = \mathsf{Man} \cap \exists \mathsf{hasChild}.\mathsf{Human}$

Простейший пример онтологии

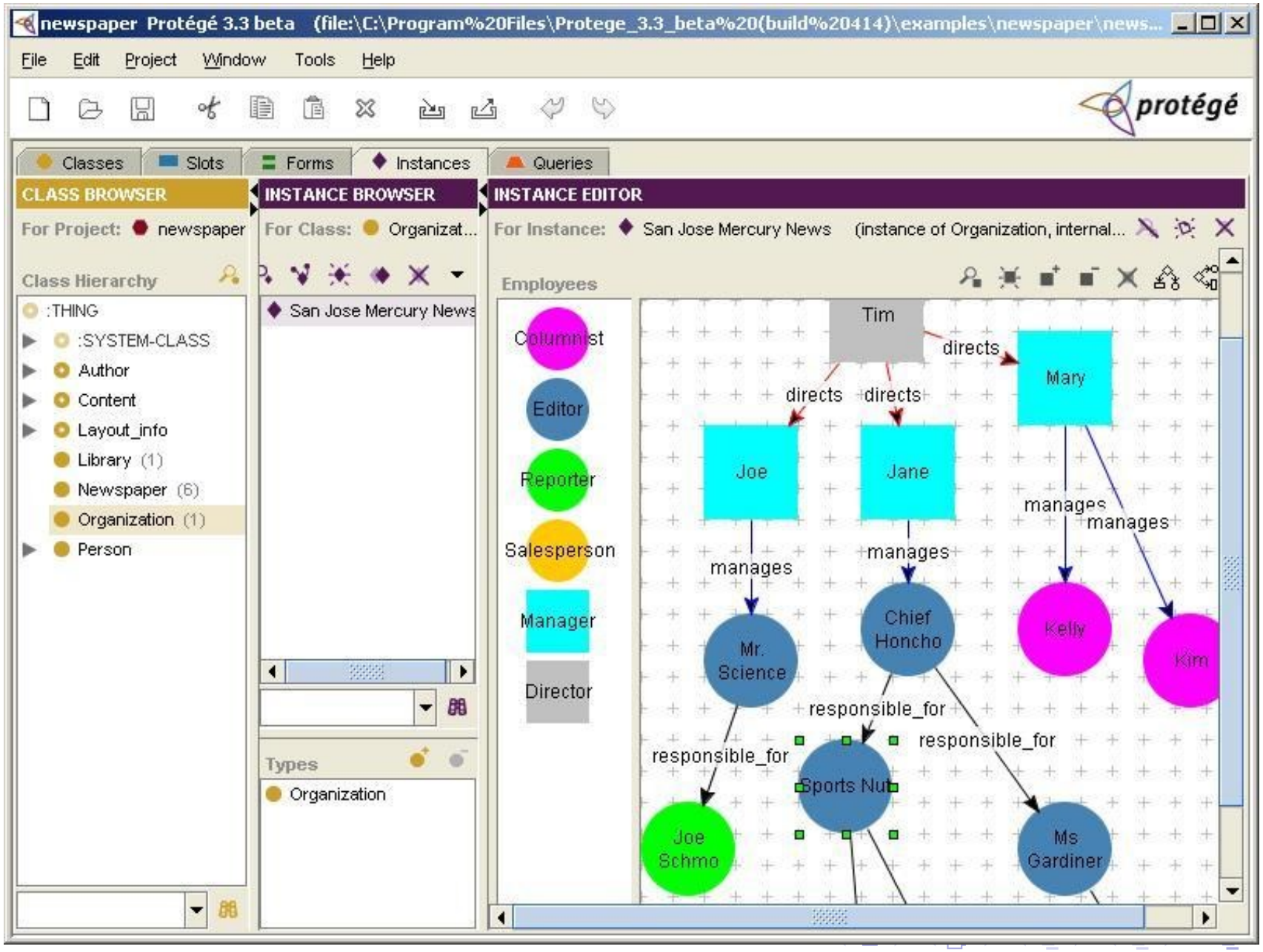


- Используя лишь $\subseteq$, пишем: $\mathsf{Parent} \subseteq \mathsf{Human}$
- Используя $\cap$, можно писать: $\mathsf{Father} = \mathsf{Man} \cap \mathsf{Parent}$
- Используя $\exists$, можно писать: $\mathsf{Father} = \mathsf{Man} \cap \exists \mathsf{hasChild}.\mathsf{Human}$
- А это уже фактически модальная формула: $\mathsf{F} \leftrightarrow (\mathsf{M} \wedge \Diamond \mathsf{H})$.

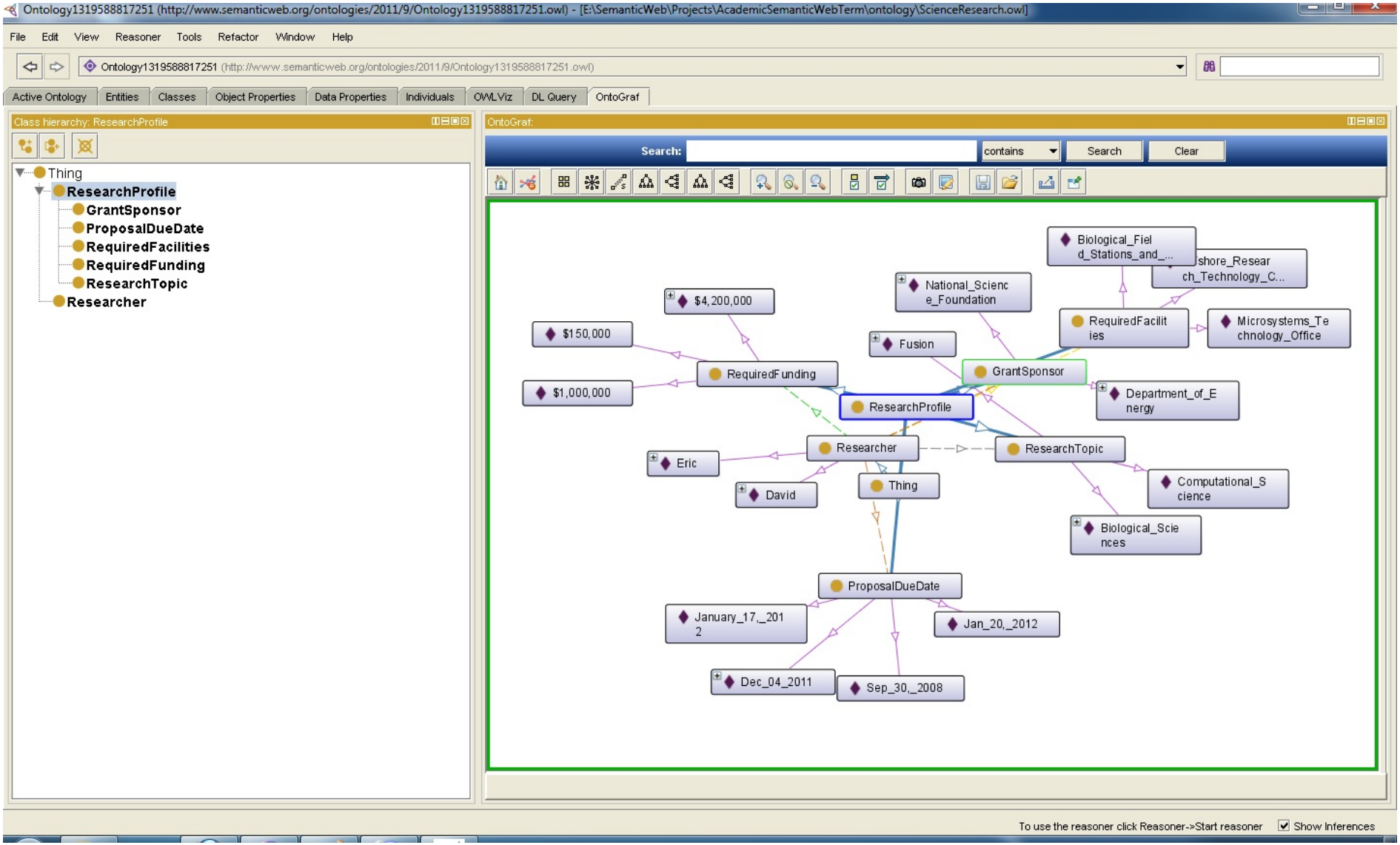
Редактор онтологий Protégé



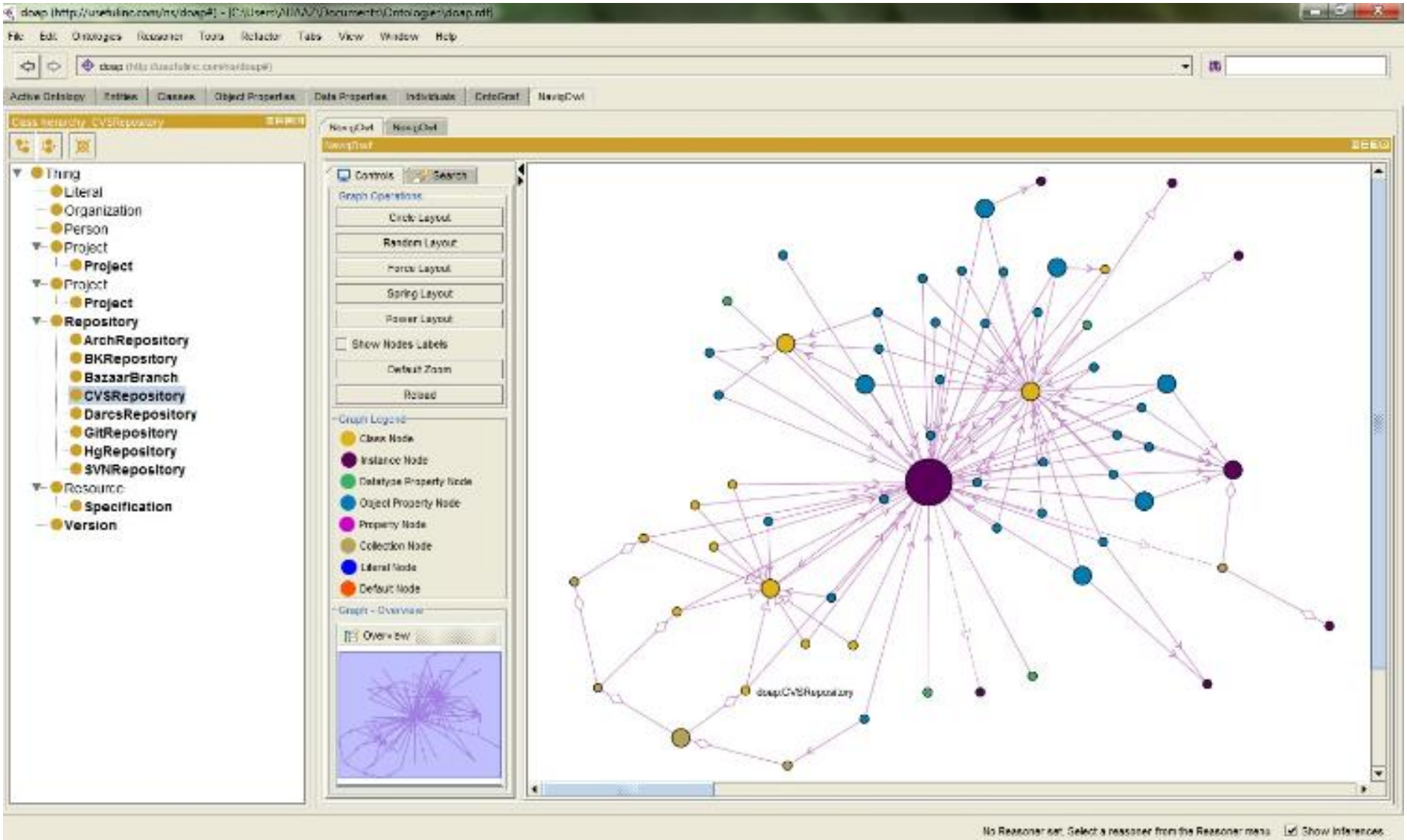
Редактор онтологий Protégé



Редактор онтологий Protégé



Редактор онтологий Protégé



Контактная информация

Пишите:

ezolin@yandex.ru

Читайте:

http://lpcs.math.msu.su/~zolin/

Заходите:

спецкурс «Модальная логика»
(пятница 16:45, ауд. 12-26 Б)